TEMA 1: ELEMENTOS DE LA TEORÍA DEL MUESTREO

1. Elija la definición de estadístico que considere correcta:

a. Un estadístico es siempre una relación lineal de los valores muestrales.

b. Un estadístico es un valor numérico que nos permite caracterizar exactamente la distribución poblacional de la variable aleatoria.

c. Un estadístico es una relación matemática obtenida a partir de una función de las observaciones muestrales.

d. Ninguna de las anteriores.

2. A partir de una población se extrae una muestra aleatoria de tamaño 15. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a un estadístico muestral?

a) $g_1 = \text{máx}\{x_1, x_2, \ldots, x_{15}\}$

b) $g_2 = \sqrt[3]{x_4}$

c) $g_3 = \dfrac{\sum x_i}{15}$

d) Los tres son estadísticos muestrales.

3. Sea $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ una muestra aleatoria de tamaño "n" de una distribución Normal con Media y varianza desconocida. La variable $\dfrac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ sigue como distribución:

a. Una Normal $N(\mu, s^2)$

b. Una t-Student: $t_{(n-1)}$

c. Una Normal: N (0,1)

d. Una Normal: $N(\mu, s^2/n)$

4. **Sea $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ una muestra aleatoria de tamaño "n", que procede de una distribución de una distribución Normal con media μ y varianza σ^2.**

La variable $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$ **sigue como distribución**:

a. Normal $N(\mu, \sigma^2)$

b. Normal $N(\mu, \sigma^2/n)$

c. Normal: N (0,1)

d) Normal: N(0,1) si "n" tiende a infinito.

5. Con la siguiente información: *X~N(-2, σ ²) n=21 s=0,659*. Obtenga la probabilidad:

P(x̄ ≥ 2,3)

a) $P(t_{20} \geq 2{,}086)$ b) $P(t_{21} \geq 2)$ c) $P(t_{20} \geq -2{,}086)$ d) $P(t_{20} \geq 2{,}5)$

6. Dada una variable aleatoria X con una función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & otros\ casos \end{cases}$$

La distribución de la media de una muestra aleatoria de tamaño "n=2" se caracteriza por los siguientes valores:

a. E(x̄) = 0,50 Var(x̄) =0,0416

b. E(x̄) = 0,50 Var(x̄) =0,083

c. E(x̄) = 0,25 Var(x̄) =0,083

d. E(x̄) = 0,50 Var(x̄) =0,047

7. **Dada la siguiente distribución de probabilidad**:

xi	1	2	2
pi	0,2	0,5	k

Si se escoge una muestra aleatoria de tamaño dos, el valor de la siguiente expresión:

$E(3\bar{x} - 1) + Var\left(3\frac{\bar{x}}{n} + 1\right)$ **, es igual a:**

a. 9,71

b. 5,85

c. 6,40

d. No se puede calcular

8. El número de libros prestados diariamente por la biblioteca de la Facultad de Económicas sigue una variable aleatoria con desviación típica 17 libros. Si se selecciona una muestra aleatoria de 64 días, la probabilidad de que el número medio de libros prestados esos días se encuentre a lo sumo a 2 libros de la verdadera media poblacional es, aproximadamente:

[P(N(0,1)<0,12) = 0,5478 ; P(N(0,1)<0,94) = 0,8264]

a. 9,5%

b. 65%

c. 54,5%

d. 82,5%

9. Sea X una variable aleatoria con distribución uniforme en el intervalo (-1,1). Si se escoge una muestra aleatoria simple de tamaño "n", el valor de la siguiente expresión:

$Var(\bar{x}+1)-E\left(\bar{x}+\frac{1}{3n}\right)$ **es igual a:**

a. 0

b. 1

c. 1/n

d. No se puede calcular

10. A partir de una población con media igual a 4, se extrae una muestra aleatoria simple de tamaño 110 que tiene asociada una varianza muestral de 8. La probabilidad de que la media muestral tome un valor no inferior a 3 es, aproximadamente:

a. P(N((0,1)>-3,70)

b. P(x^2>-3,70)

c. Con los datos proporcionados no se puede calcular.

d. Un valor próximo a 0.

11. Respecto a la desviación estándar de la media muestral:

a. Es mayor cuanto mayor es la dispersión de la población.

b. Es mayor cuanto mayor es el tamaño de la muestra.

c. Es independiente del tipo de muestra.

d. Todas son correctas.

12. La duración de las pilas alcalinas elaboradas en una planta de producción sigue una distribución Normal con media 36 horas y desviación estándar igual a 8 horas. Se toma una muestra aleatoria de 16 pilas, obteniendo una media muestral de 34 horas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una media muestral como esa o menor?

[P(N(0,1)≤1) = 0,8413 ; P(N(0,1) ≤1,34) = 0,9099]

a. 0,98

b. 0,09

c. 0,02

d. Ninguna de las anteriores

13. El gerente de un gran aeropuerto asegura que el peso del equipaje por viajero se distribuye normalmente con media, 10 Kg. El responsable del departamento de equipajes para averiguar la probabilidad de que el peso medio sea mayor de 9 Kg, selecciona una muestra aleatoria simple de 20 maletas durante una semana, de la que obtiene una desviación estándar de 2,6Kg. Con estos datos el responsable podría concluir que:

$[\ P(t_{19} > 1{,}72) = 0{,}05\ ]$

a. La probabilidad de que el peso medio sea mayor que 9 es aproximadamente un 5%.

b. La probabilidad de que el peso medio sea mayor que 9 es aproximadamente un 95%.

c. No puede determinarse, por ser un tamaño muestral de 30.

d. Ninguna de las anteriores.

14. Si de una *X~N* (0,1) se extrae una muestra aleatoria, la varianza de la media muestral cuando el tamaño muestral se incrementa, el límite tiende al valor:

a. Cero

b. Varianza Poblacional

c. Uno

d. Infinito

15. Los gastos de publicidad de cierto sector se distribuye normalmente con varianza poblacional 25. EL tamaño muestral aproximado necesario para que, con una probabilidad del 95%, el gasto de publicidad medio muestral del sector no difiera del poblacional por exceso o por defecto en 0,5 es:

[P(N(0,1)<1,96) = 0,975 ; P(N(0,1)<1,64) = 0,95]

a. n=9.604

b. n=269

c. n=385

d. n=248

16. La dispersión del estadístico media muestral ($\bar{x}$) será mayor:

a. Cuanto mayor sea la media de la población

b. Cuanto mayor sea la varianza de la población

c. Cuanto mayor sea el tamaño muestral.

d. Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta.

17. Sea X una variable aleatoria distribuida B(10;0,05). Se selecciona una muestra aleatoria de tamaño 100; entonces la media y la varianza de la media muestral asociada a dicha muestra será respectivamente:

a. 0,5 y 0,000475

b. 0,5 y 0,00475

c. 0,5 y 0,0475

d. Ninguna de las anteriores

18. Se ha realizado un muestreo aleatorio simple (n=16) sobre una población *N(μ;σ²=5)* obteniéndose la siguiente información

$$\sum_{i=1}^{16} X_i = 51{,}2 \quad ; \sum_{i=1}^{16} X_i^2 = 243{,}19$$

La probabilidad P(s²≥6) *es:*

a) $P(\chi^2_{15} \geq 18)$ b) $P(\chi^2_{15} \geq 12{,}5)$ c) $P(F_{15} \geq 18)$ d) $P(F_{15} \geq 12{,}5)$

19. Un determinado proceso de producción sigue una distribución Normal con desviación típica igual a 4. Si se toma una muestra aleatoria de 11 productos, la probabilidad de que la varianza muestral sea mayor que 20 es, aproximadamente:

$$[P(\chi^2_{10} \geq 12{,}5) = 0{,}25 \quad ; P(\chi^2_{10} \geq 13{,}75) = 0{,}20]$$

a. 0,25

b. 0,75

c. 0,995

d. Ninguna de las anteriores.

20. Un fabricante de bebidas refrescantes de naranja está preocupado por la variabilidad de cantidad de concentrado de zumo de naranja que hay en una botella. Toma una muestra aleatoria de 12 botellas. La probabilidad de que la varianza muestral sea mayor que dos veces la varianza poblacional es aproximadamente (suponga normalidad a nivel poblacional): $[P(\chi^2_{11} < 22) = 0{,}975 \quad ; P(\chi^2_{12} < 21) = 0{,}95\,]$

a. 97,5%

b. 50%

c. 95%

d. 2,5%

21. Las ventas de un determinado producto siguen una distribución Normal. Si las ventas en 5 mercados diferentes para el mismo artículo han sido 90 / 99 / 97 / 100 / 104 (artículos/día). ¿Cuál es la probabilidad de qué la varianza muestral sea inferior a dos veces la varianza poblacional?

$$[P(\chi^2_5 > 8) = 0{,}25 \,; P(\chi^2_4 > 8) = 0{,}10 \,; P(\chi^2_5 > 2) = 0{,}80 \,; P(\chi^2_4 > 2) = 0{,}75\;]$$

a. 0,90

b. 0,25

c. 0,20

d. 0,75

22. De una población Normal se extrae una muestra de tamaño 21. La probabilidad de que la varianza muestral tome un valor superior al 75% de la varianza poblacional y a la vez, inferior al 125% del mismo parámetro (varianza poblacional), es aproximadamente de:

$$\mathrm{P}(\chi^2_{20} < 15) = 0{,}22 \qquad \mathrm{P}(\chi^2_{20} < 20) = 0{,}54 \qquad \mathrm{P}(\chi^2_{20} < 25) = 0{,}80$$

a. 100%

b. 58%

c. 32%

d. 26%

23. De dos poblaciones normales con varianzas poblacionales de 40 y 50, se extraen dos muestras aleatorias de tamaño 16 y 20, respectivamente. La probabilidad de que la varianza muestral de la primera tenga un valor superior a dos veces la varianza muestral de la segunda es:

a) $P(F_{(16,20)} > 2{,}5)$ b) $P(F_{(15,19)} > 1{,}6)$

c) $P(F_{(16,20)} > 1{,}6)$ d) $P(F_{(15,19)} > 2{,}5)$

24. De una población Normal con varianza 18 y de otra Normal Y con varianza 12, se extraen dos muestras aleatorias independientes de tamaños 10 y 19, respectivamente. Bajo estas características, se cumple:

a) $P(s_X^2 / s_Y^2 > 2) = P(F_{(9,18)} > 1{,}33)$

b) $P(s_Y^2 > 2) = P(\chi_{18}^2 > 3)$

c) $P(s_X^2 > 2) = P(\chi_9^2 > 1)$

d) Todas son correctas.

25. De una población X Normal con varianza 20 se extrae una muestra aleatoria de tamaño 15. De otra población Normal Y, independiente a la anterior, se extrae también una muestra de tamaño 10. Si la probabilidad de que la varianza muestral de la primera población sea mayor que dos veces la varianza muestral de la segunda, es del 5% es porque la varianza poblacional Y es de aproximadamente:

[$P(F_{(14,9)} > 5) = 0{,}05$; $P(F_{(15,10)} > 2{,}91) = 0{,}05$]

a. 29

b. 50

c. 8

d. 14

26. El estimador de una proporción poblacional (p̂) se define como la proporción de individuos de la muestra que presentan la característica analizada. La distribución que sigue este estimador:

a. Tiene una varianza *Var(p̂) = np (1-p)*

b. Se distribuye como: $\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$ sea cuál sea el tamaño muestral.

c. Tiene varianza: $Var(\hat{p}) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

d. Se distribuye como: $\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$ si el tamaño muestral es lo suficientemente grande.

27. Se ha estimado que un 58% de los estudiantes de la Facultad de Económicas van por lo menos una vez a la semana a la biblioteca. Si se selecciona una muestra de 96 estudiantes al aza, la probabilidad de que más de un 51% no haya ido a la biblioteca es, aproximadamente:

[P[N(0,1) > 1,78]=0,0375 ; P[N(0,1) > 1,39]=0,0823]

a. 92%

b. 4%

c. 96%

d. 8%

28. En una población uniforme de parámetros 0 6 6 respectivamente, si usted selecciona una muestra aleatoria de tamaño muestral 100, la probabilidad de que la media muestral sea superior a uno es aproximadamente:

a. 0

b. 1

c. 0,69

d. 0,87

29. La inteligencia del colectivo de trabajadores de una empresa sigue una distribución normal con desviación estándar de 15. El tamaño muestral que nos asegura, con una probabilidad del 90% que la media muestral difiere como máximo tres unidades de la verdadera media es aproximadamente:

$$P(N(0,1) < 1{,}64) = 0{,}95 \quad ; P(N(0,1) < 1{,}96) = 0{,}975$$

a. 68

b. 96

c. 28

d. 19

30. Dada una población Normal con los dos parámetros conocidos, se dispone de una muestra aleatoria de n observaciones y se define el estadístico media muestral (x̄). A partir de esta información, la variable que resulta de la siguiente transformación:

$\dfrac{(\bar{x}-\mu)^2}{\sigma^2/n}$ **sigue una distribución:**

a. Normal Estándar N(0,1)

b. Una χ^2 con un grado de libertad

c. Una χ^2 con n grados de libertad

d. Normal con: $N(\mu ; \sigma^2/n)$

31. Sea una variable de la que sabe que su momento poblacional respecto al origen de orden dos es 59 y que E(X)=2,3. Si se selecciona una muestra aleatoria simple de tamaño muestral 100, la probabilidad de que la media muestral sea superior a uno es aproximadamente:

$$P(N(0,1) < 1{,}77) = 0{,}9616 \quad P(N(0,1) < 0{,}18) = 0{,}5714$$

a. 0%

b. 100%

c. 96,16%

d. 3,84%

32. Dada una población con la siguiente distribución poblacional:

X	2	4	6
P(X)	0,2	0,5	0,3

Si se seleccionan muestras de tamaño dos; el valor de la siguiente expresión es: $E(s^2 + 2x_1 + 2)$

a. 12,36

b. 10,36

c. 8,16

d. Ninguna de las anteriores

33. La variable X, a nivel poblacional, se distribuye según una distribución Binomial "B(5;0,3)". Si se selecciona una muestra de 100 observaciones, la probabilidad de que la media muestral sea superior a dos es, aproximadamente:

$P(N(0,1)<0,49)=0,6879$

a. 0

b. 0,31

c. 1

d. 0,69

34. Sea una variable aleatoria con distribución Poisson de parámetro λ=3. Si se escoge una muestra aleatoria simple de tamaño n=16, el valor de la siguiente expresión:

$Var(4\bar{x} + x_9) + E(2x_1 - \bar{x})$ **, es igual a:**

a. 57

b. 9

c. 18

d. 10

35. Indique la respuesta correcta:

a. Un parámetro puede ser la frecuencia relativa muestral.

b. Si la variable aleatoria X tiene $\mu=3$ y $\sigma=1$ y a partir de una muestra n=100, se desea calcular la $P(\bar{x} < 4)$, es necesario conocer la ley de probabilidad de la variable X.

c. Dada una variable aleatoria X, si se extrae una muestra, siempre la variable $\bar{x}$ tiene la misma media y varianza que la variable poblacional X.

d. Ninguna de las anteriores.

1-C	2-D	3-B	4-B	5-C	6-A	7-B	8-B
9-A	10-A	11-A	12-D	13-B	14-A	15-C	16-B
17-B	18-A	19-A	20-D	21-A	22-B	23-D	24-D
25-B	26-D	27-B	28-B	29-A	30-C	31-A	32- A
33-B	34-D						