NOVA

•MRLM: $Y = X\beta + U$

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + u_i$$

-**Y_i**: variable endógena/explicada/dependiente.
La que nos interesa predecir.
- **X_s**: variables exógenas/explicativas/ independientes/Regresores.
Las que explican el comportamiento de Y_i.
- **u_i**: término de perturbación (parte aleatoria del modelo). → Recoge todo lo que puede influir en Y_i y que las variables exógenas no recogen.
- **β** : parámetros desconocidos → muestran la influencia (los efectos parciales) de las variables exógenas sobre la endógena. Son los que tenemos que estimar.

• HIPÓTESIS BÁSICAS MRLM

- $E(u_i) = 0$
- Homoscedasticidad: $Var(u_i) = \sigma_u^2$
- No Autocorrelación: $Cov(u_i, u_j) = 0 \; \forall i \neq j$
- u_i se distribuye como una Normal
- Permanencia Estructural: los parámetros son fijos, es decir, no cambian de valor.
- Regresores NO estocásticos, las X`s son fijas $E(x_i) = x_i; Var(x_i) = 0$
- Regresores estrictamente exógenos

$$cov(x_i u_i) = 0 \qquad E(X'U) = 0$$

- Linealidad: La relación entre Y y X es de lineal.
- Ausencia total de Multicolinealidad

$rango(X'X) = k$

$|X'X| \neq 0 \qquad |X'X|$ *no tiende a cero*

- Grados de libertad del modelo positivos

$gl = N - k \geq 0 \quad \rightarrow N \geq k$

• PERTURBACIÓN ESFÉRICA

$E(u_i) = 0 \qquad E(U) = 0$

$$\left.\begin{array}{l} Var(u_i) = \sigma_u^2 \\ Cov(u_i, u_j) = 0 \; \forall i \neq j \end{array}\right\} Var(U) = E(UU') = \sigma_u^2 \cdot I_N$$

$u_i \sim N(0, \sigma_u^2) \qquad U \sim N(0, \sigma_u^2 \cdot I_N)$

• ESTIMADORES MCO

$$\boxed{\hat{\beta}_{MCO} = (X'X)^{-1}(X'Y)} \qquad \hat{\sigma}_u^2 = \frac{e'e}{N-k} = \frac{\sum e_i^2}{N-k}$$

- Insesgados : $E(\hat{\beta}) = \beta$
- Eficientes (mínima var): $Var(\hat{\beta}) = \sigma_u^2 (X'X)^{-1}$
- Consitentes

$$\hat{\beta}_j \sim t_{N-k}(\beta, \sigma_u^2 (X'X)^{-1}) \approx N(\beta, \sigma_u^2 (X'X)^{-1})$$

•MEDIDAS DE BONDAD DE AJUSTE

• R^2 : Se interpreta como el porcentaje del comportamiento de Y que viene recogido por el modelo de regresión. Es el ajuste del modelo. La explicación de las exógenas sobre la endógena.

$$R^2 = \frac{VE}{VT} = 1 - \frac{\overline{VE}}{VT} \qquad R^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum(y - \bar{y})^2} \qquad R^2 = (r_{y\hat{y}})^2$$

$$VT = \sum(Y_i - \bar{Y})^2 = \sum Y_i^2 - n\bar{Y}^2, VE = \sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = \sum \hat{Y}_i^2 - n\bar{Y}^2, \overline{VE} = \sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum e_i^2 = e'e$$

• R^2 corregido: sirve para comparar modelos restringidos.

Su valor es algo más pequeño que el R^2

$$R^2_{corr} = R^2_{adj} = \bar{R}^2 = 1 - \frac{(N-1)}{(N-k)}(1 - R^2)$$

• CONTRASTES PARAMÉTRICOS

➢CONTRASTE SIGNIFICACIÓN GLOBAL

$H_0: \beta_2 = \beta_3 = \cdots = \beta_k = 0$ *Globalmente no significativo*

$H_A:$ *alguna* $\beta \neq 0$ *Globalmente significativo*

$$\hat{F}_{k-1,N-k} = \frac{VE/_{k-1}}{\overline{VE}/_{N-k}} \qquad \hat{F}_{k-1,N-k} = \frac{R^2/_{k-1}}{(1-R^2)/_{N-k}}$$

➢CONTRASTE SIGNIFICACIÓN INDIVIDUAL

$H_0: \beta_j = 0$ *no significativo*

$H_A: \beta_j \neq 0$ *significativo*

$$\hat{t}_{N-k} = \frac{\hat{\beta}_j}{err.es(\hat{\beta}_j)} = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\widehat{Var}(\hat{\beta}_j)}} \qquad \hat{F}_{1,N-k} = \frac{\hat{\beta}_j^{\,2}}{\widehat{Var}(\hat{\beta}_j)}$$

➢CONTRASTE INDIVIDUAL

$H_0: \beta_j = \alpha$

$H_A: \beta_j \neq \alpha$

$$\hat{t}_{N-k} = \frac{\hat{\beta}_j - \alpha}{err.es(\hat{\beta}_j)} = \frac{\hat{\beta}_j - \alpha}{\sqrt{\widehat{Var}(\hat{\beta}_j)}} \qquad \hat{F}_{1,N-k} = \frac{(\hat{\beta}_j - \alpha)^2}{\widehat{Var}(\hat{\beta}_j)}$$

➢CONTRASTE DE RESTRICCIONES LINEALES

$H_0: R\beta = r \;\; \rightarrow R\beta - r = 0$ *Se cumplen las restricciones* $\rightarrow$ *Modelo Retringido*

$H_A: R\beta \neq r \;\; \rightarrow R\beta - r \neq 0$ *No se cumplen las restricciones* $\rightarrow$ *Modelo No Retringido*

- **Resolución t-Student:**

$$\hat{t}_{N-k} = \frac{a\hat{\beta}_i + b\hat{\beta}_j - c}{err.es(a\hat{\beta}_i + b\hat{\beta}_j)} = \frac{a\hat{\beta}_i + b\hat{\beta}_j - c}{\sqrt{a^2\widehat{Var}(\hat{\beta}_i) + b^2\widehat{Var}(\hat{\beta}_j) + 2ab\widehat{Cov}(\hat{\beta}_i, \hat{\beta}_j)}}$$

- **Resolución F-Snedcor:**

$$\hat{F}_{q,N-k} = \frac{(\overline{VE}_R - \overline{VE})/q}{\overline{VE}/N-k} = \frac{(e_R'e_R - e'e)/q}{e'e/N-k} \qquad \hat{F}_{q,N-k} = \frac{(R^2 - R_R^2)/q}{(1-R^2)/N-k}$$

$$\hat{F}_{q,N-k} = \frac{(R\hat{\beta} - r)'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta} - r)/q}{e'e/N-k} = (R\hat{\beta} - r)'[\hat{\sigma}_u^2 R(X'X)^{-1}R']^{-1}(R\hat{\beta} - r)/q$$

$$R\hat{\beta} \rightarrow N(R\beta, \hat{\sigma}_u^2 R(X'X)^{-1}R') \qquad E(R\hat{\beta}) = R\beta; \qquad Var(R\hat{\beta}) = \hat{\sigma}_u^2 R(X'X)^{-1}R'$$

Si las restricciones son ciertas: se incorporan al modelo y se estima por **MCR** (Mínimos Cuadrados Restringidos, ya que las estimaciones son insesgadas y más eficientes que MCO.

▪ MRLM

$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + u_i \qquad Y = X\beta + U$

$E(y_i) = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \cdots + \beta_k x_{ki} \qquad E(Y) = X\beta$

$Var(y_i) = Var(u_i) = \sigma_u^2$

$\hat{y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \hat{\beta}_3 x_{3i} + \cdots + \hat{\beta}_k x_{ki} \qquad \hat{Y} = X\hat{\beta}$

• CONTRASTES DE ESPECIFICACIÓN

➢CONTRASTE PERMANENCIA ESTRUCTURAL (CHOW)

$H_0:$ *Permanencia o Estabilidad Estructural*

$H_A:$ *Cambio estructural*

$$\hat{F}_{k,N-2k} = \frac{(e'e - (e_1'e_1 + e_2'e_2))/k}{(e_1'e_1 + e_2'e_2)/N - 2k}$$

Las gráficas CUSUM y CUSUMQ: si se salen de las bandas hay cambio.

➢CONTRASTE DE LINEALIDAD (RESET-RAMSEY)

$H_0:$ *Linealidad*

$H_A:$ *No Linealidad*

Se añaden como variables explicativas los ajustes al cuadrado, al cubo, etc $\hat{y}^2, \hat{y}^3, \hat{y}^4$ y se realizan los contrastes de restricciones lineales correspondientes.

➢CONTRASTE DE NORMALIDAD (BERA-JARQUE)

$H_0: u_i \sim$ *Normal (residuos se distribuyen Normalmente)*

$H_A: u_i \nsim$ *Normal*

$$\hat{\chi}^2 = N\left[\frac{\hat{a}^2}{6} + \frac{(\hat{c} - 3)^2}{24}\right]$$

Las gráficas Normal Plot: si no se ajustan a la recta los residuos No se distribuyen como una Normal.

Se basa en el análisis de los errores o residuos del modelo

- **Residuos MCO (Errores):** $e_i = y_i - \hat{y}_i \qquad y_i = \hat{y}_i + e_i$

$e_i \sim N(0, \sigma_{ei}^2) \qquad \sum e_i = 0$

$e \sim N(0, \sigma_u^2 M) \qquad \sum e_i^2 = e'e = \overline{VE} = SC_{Res}$

• ERRORES DE ESPECIFICACIÓN

➢OMISIÓN DE VARIABLES RELEVANTES

- Estimaciones sesgadas e inconsistentes de la β
- Estimación sesgada de la varianza del término de perturbación.
- Invalidación procedimiento inferencal.

➢INCLUSIÓN DE VARIABLES IRRELEVANTES

- Estimaciones insesgadas e inconsistentes de la β
- Soobreestimación de las β
- Estimación insesgada de la varianza del término de perturbación.

•MRLS $\boxed{Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i}$

$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \beta\bar{X}$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2} = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X})^2} \qquad r_{xy}^2 = R^2$$

www.academianovaonline.com